С. Н. Тимергалиев (Набережные Челны)

ОБ ОДНОМ МЕТОДЕ ИССЛЕДОВАНИЯ КРАЕВЫХ ЗАДАЧ НЕЛИНЕЙНОЙ ТЕОРИИ ТОНКИХ ОБОЛОЧЕК

Работа посвящена исследованию разрешимости краевых задач геометрически и физически нелинейной теории тонких оболочек. Предполагается, что срединная поверхность оболочки гомеоморфна ограниченной односвязной плоской области Ω. В основе предложенного метода исследования лежит идея выражения компонент перемещения, удовлетворяющих заданным граничным условиям, через вспомогательные функции, что позволил исследовать задачу в некотором гильбертовом пространстве $H(\overline{\Omega})$, отличном от пространств перемещений и усилий.

Проведенные исследования можно разбить на два основных этапа: 1) построение математической модели задачи и 2) доказательство разрешимости задачи в рамках этой модели. Первый этап включает в себя: а) получение интегральных представлений для компонент перемещений с использованием задачи Гильберта для аналитических функций в односвязной области; б) построение гильбертова пространства $H(\overline{\Omega})$, которое основано на предположении о положительной определенности квадратичной формы, связанной с плотностью потенциальной энергии деформации оболочки; изучение свойств элементов $H(\overline{\Omega})$ (в частности, доказана теорема вложения для $H(\overline{\Omega})$); в) введение понятия обобщенного решения задачи в $H(\overline{\Omega})$ при помощи вариационного принципа Лагранжа; г) сведение задачи к нелинейному операторному уравнению

$$(1-t_0)\varepsilon - G_c(\varepsilon;t_0) - G_*(\varepsilon;t_0) = 0, \tag{1}$$

где G_c – вполне непрерывный, G_* – ограниченный нелинейные операторы в $H(\overline{\Omega})$, $t_0 \in [0,1)$ – произвольно фиксированный параметр.

Второй этап посвящен доказательству существования решения уравнения (1). Для этого используется топологический метод, основанный на вычислении вращения вполне непрерывного векторного поля $(1-t_0)\varepsilon - G_c(\varepsilon;t_0)$. Показано, что на сферах достаточно большого радиуса пространства $H(\overline{\Omega})$ вращение этого поля равно +1 и при некотором $t_0 \in [0,1)$ оператор $G_*(\varepsilon;t_0)$ имеет достаточно малую норму. Тогда, как известно [1,с.162-163], уравнение (1) внутри таких сфер имеет по крайней мере одно решение $\varepsilon \in \mathrm{H}(\overline{\Omega})$, которое является обобщенным решением задачи.

ЛИТЕРАТУРА

1. Красносельский М.А. *Топологические методы в теории нелинейных интегральных уравнений.* – М.: Гостехиздат, 1956. – 392 С.

А. С. Тихонов (Казань)

ВЛИЯНИЕ ТЕПЛОВЫХ ПОЛЕЙ НА ЭХО ВЫСТУПА ПРОФИЛЯ ДЕТАЛИ

Размерное электрохимическое формообразование выступа профиля детали при необходимости получения строго определенной при проектировании формы осуществляется профилированным катодом-инструментом. Когда же такой необходимости нет, то возможно использование непрофилированного катода-инструмента или, как рассматривается в данной работе, плоского катода-инструмента с нагревом частей катода и теплоизоляцией этих частей от ненагретой части над выступом профиля детали.

Рассмотрено решение задачи учета влияния тепловых полей на обработку выступа профиля детали при двумерном стационарном электрохимическом формообразовании по идеальной модели ЭХО. Течение рабочей среды в межэлектродном промежутке предполагается установившимся, прокачка электролита, моделируемого идеальной несжимаемой жидкостью осуществляется перпендикулярно плоскости сечения межэлектродного промежутка, джоулево тепловыделение и диссипация не учитываются, коэффициент теплопроводности принят постоянным. Поле температур в этом случае в каждом сечении удовлетворяет уравнению Лапласа. Связь двух потенциальных полей - теплового и электрического – исследуется при граничном условии стационарности анодной границы, учитывающем влияние теплового поля, аналогично рассмотренному в [1] для поля скоростей течения электролита. При указанных предположениях распределение температур внутри межэлектродного промежутка полностью определяется распределением температур на стенках канала и их теплоизолированностью.

Задача сведена к смешанной краевой задаче для аналитической функции и решена по формуле Синьорини. Найдена форма анодной границы, распределение на ней температуры.